

UNIVERSIDAD CARLOS III DE MADRID

ESCUELA POLITÉCNICA SUPERIOR

INGENIERÍA DE TELECOMUNICACIÓN



RESUMEN
PROYECTO FIN DE CARRERA

*XXVI CONVOCATORIA PREMIOS
“INGENIEROS DE TELECOMUNICACIÓN”*

*ESTIMACIÓN DE LA IMPEDANCIA
DE ENTRADA AÓRTICA
MEDIANTE TÉCNICAS DE
DECONVOLUCIÓN HOMOMÓRFICA*

Autor: FRANCISCO JOSÉ VALLEJO RAMOS
Tutor: DR. JOSÉ LUIS ROJO ÁLVAREZ

MARZO DE 2006

1. DESCRIPCIÓN DEL TRABAJO

1.1. Orígenes

La literatura médica ha estudiado en numerosas ocasiones la utilidad teórica de la *impedancia de entrada aórtica* para caracterizar el acoplamiento entre ventrículos y árbol arterial, presentándose por ello como una útil herramienta en la determinación de algunos de los parámetros hemodinámicos que permiten describir el funcionamiento del sistema cardiovascular.

Por tanto, el hecho de conseguir una estimación precisa y robusta de esta magnitud significaría un gran avance en la diagnosis de patologías vasculares.

La impedancia de entrada aórtica se ha evaluado ampliamente en estudios experimentales, pero hasta ahora no se ha encontrado ninguna técnica de procesado de señal que haya permitido su caracterización completa.

El concepto de impedancia de entrada aórtica es muy sencillo: es la relación en el dominio de la frecuencia entre la presión y flujos pulsátiles a la entrada del árbol arterial. Así, la impedancia de entrada aórtica engloba la información de todas las reflexiones que tienen lugar a la entrada de dicho árbol, lo que proporciona una gran cantidad de información acerca del acoplamiento existente entre el ventrículo izquierdo del corazón y la arteria aorta.

Como hemos indicado, se han propuesto numerosas técnicas para estimar la impedancia de entrada arterial, sin embargo, todavía no se ha encontrado ningún método capaz de estimar la impedancia de una manera precisa y robusta. El principal problema deriva de la naturaleza cuasi-periódica de las ondas de presión y flujo arteriales, cuyos espectros resultan ser de naturaleza discreta, siendo imposible desde un punto de vista matemático el cálculo de la impedancia como cociente directo entre los citados espectros (Figura 1).

Entre las técnicas empleadas hasta la fecha para la estimación de la impedancia de entrada aórtica destacan las siguientes.

- La estimación mediante *Desarrollo en Series de Fourier (DSF)*, que únicamente realiza una estimación precisa de la impedancia en los armónicos de la frecuencia cardíaca, y además no permite estimar una respuesta al impulso
- La estimación mediante *Modelado Autorregresivo de Media Móvil (ARMA)*, que realiza un promediado de la envolvente espectral eliminando la información relativa a las reflexiones en el árbol arterial.

En la Figura 2 se muestra una comparación de las estimaciones obtenidas mediante ambos métodos, observándose las limitaciones indicadas. Se incluye también la estimación de la impedancia de entrada aórtica.

A pesar de las grandes expectativas generadas sobre su posible aplicación clínica, la investigación sobre técnicas de estimación de la impedancia de entrada aórtica ha quedado

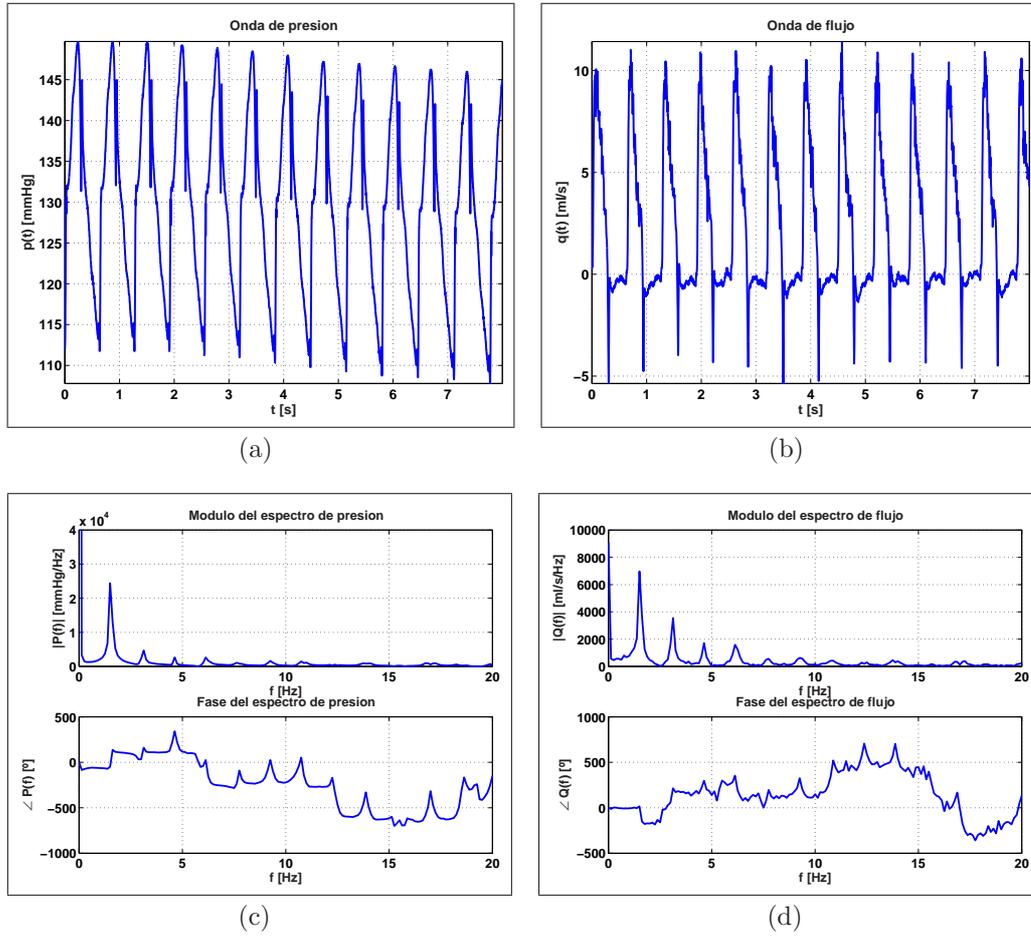


Figura 1: Ondas de presión y flujo sanguíneos registrados en la aorta ascendente de un cerdo. En ellas se puede apreciar la naturaleza de banda limitada de ambos procesos. (a) Onda de presión. (b) Onda de flujo. (c) Espectro de la onda de presión. (d) Espectro de la onda de Flujo.

relegada a un segundo plano durante muchos años, debido entre otras causas, al desarrollo tecnológico de los últimos tiempos, que ha desviado la atención de los investigadores hacia otras vertientes.

Sin embargo, los experimentos realizados en el *Laboratorio de Ecocardiografía del Hospital General Universitario Gregorio Marañón*, y gracias a la colaboración del *Departamento de Teoría de la Señal y Comunicaciones de la Universidad Carlos III de Madrid*, han recobrado el interés por la búsqueda de un método robusto de caracterización de esta magnitud, permitiendo la aparición de nuevas corrientes investigadoras.

Antes de comentar los objetivos del estudio, explicaremos brevemente las razones por las que resulta tan interesante encontrar un método de estimación de la impedancia. Los pulsos generados por la acción del ventrículo izquierdo, tras pasar por el árbol arterial, sufren reflexiones en la periferia del sistema vascular. Conociendo esas reflexiones, podremos extraer gran cantidad de información de la oposición del árbol aórtico al flujo

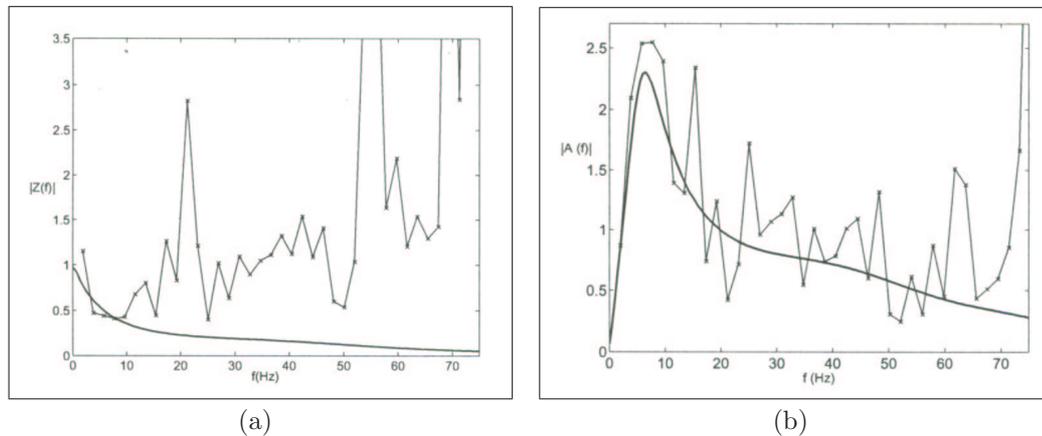


Figura 2: Estimación del módulo mediante modelado ARMA (línea continua) y DSF (línea continua punteada). (a) Impedancia. (b) Admitancia.

sanguíneo, y podremos determinar el grado de acoplamiento entre el ventrículo izquierdo y la aorta, que al fin y al cabo nos indica el esfuerzo realizado por el corazón en cada latido.

El término impedancia se utiliza de manera genérica para referirse a la medida de la oposición al flujo que presenta un sistema cualquiera. En nuestro caso, la impedancia de entrada aórtica indica la oposición al flujo de sangre que existe a la entrada del árbol arterial, con lo que permite estimar la eficiencia en el acoplamiento existente entre el ventrículo izquierdo y la arteria aorta. Recoge también el efecto de reflexiones que hemos comentado y permite la completa caracterización del lecho vascular, permitiendo modelar el sistema cardíaco como la respuesta al impulso de un *Sistema Lineal e Invariante en el Tiempo* (SLI).

Las similitudes encontradas entre los registros de voz y las ondas de presión y flujo aórticos, nos llevaron a la idea de que una técnica como la *deconvolución homomórfica*, aplicada con éxito en la síntesis de voz, podría aplicarse al problema de la estimación de la impedancia de entrada aórtica.

Sin embargo, la existencia de nulos en los espectros de presión y flujo arteriales (véase Figura 1) hacen imposible la aplicación directa de la deconvolución homomórfica. Para solucionar esta limitación, se pensó en la posibilidad de aplicar el método introducido por *A.L. Marengo*¹, método destinado a la transformación de ondas sísmicas de banda limitada en otras de banda completa equivalentes, sobre las que se pueda aplicar deconvolución homomórfica, con el objetivo de estimar los ecos de las ondas generadas en los movimientos sísmicos. Nosotros hemos realizado una adaptación de este método a las características de las ondas de presión y flujo aórticos.

¹Véase A. L. Marengo, V.K. Madiseti. On homomorphic Deconvolution of Bandpass Signals, IEEE Transactions on Signal Processing, Vol. 45, No. 10, 1997.

1.2. Objetivos

El estudio realizado en el presente Proyecto Fin de Carrera tiene una serie de objetivos fundamentales que enumeramos a continuación:

1. La demostración de que el método desarrollado por Marengo resulta susceptible de aplicación sobre señales cuyo espectro sea de banda limitada (como son las ondas cuasi-periódicas de presión y flujo arterial), resultando por lo tanto una herramienta adecuada para la estimación de la impedancia de entrada aórtica.
2. La adaptación del método comentado en el punto anterior para su aplicación a señales de la naturaleza de las ondas de presión y flujo aórticos, de tal forma que nos permita calcular a partir de estas señales otras de banda completa equivalentes.
3. La aplicación de las técnicas de deconvolución homomórfica sobre las señales de banda completa estimadas, permitiendo realizar aproximaciones del espectro de la impedancia de entrada aórtica, así como de la admitancia, relación inversa a la impedancia, y que resulta ser una magnitud equivalente y numéricamente mejor condicionada para la aplicación de las técnicas de procesado digital.
4. La obtención, a partir de las estimaciones de los espectros de impedancia y de admitancia, de las respectivas respuestas al impulso, aplicando las transformaciones habituales entre el dominio de la frecuencia y el dominio del tiempo.

La determinación de las estimaciones de impedancia, admitancia y de las respuestas al impulso deja una abierta la puerta a futuros estudios sobre el método propuesto, tanto desde el punto de vista del procesado digital de señal (mejora del método y aplicación a señales de diferente índole), como desde el punto de vista clínico (a través de la extracción de la información sobre las reflexiones embebida en las magnitudes estimadas, que permita la caracterización y elaboración de modelos del árbol arterial).

1.3. Desarrollo

Como hemos comentado la similitud los registros de voz y las ondas de presión y flujo aórticos, nos sugieren que la *deconvolución homomórfica* podría utilizarse como herramienta de estimación de la impedancia de entrada aórtica.

El proceso de deconvolución consiste, como su propio nombre indica, en la transformación inversa a la convolución. Así, si podemos expresar la respuesta al impulso de un SLI como la convolución de dos señales $x[n] = r[n] * w[n]$, la deconvolución consistirá en todo el proceso de separación de ambas componentes ($r[n]$ y $w[n]$) de la señal $x[n]$.

Sin embargo, la obtención de dicha transformación inversa no es trivial cuando desconocemos ambas señales $r[n]$ y $w[n]$; a pesar de ello, si tenemos cierta información sobre sus

características, podemos realizar una serie de suposiciones que nos ayuden a descomponer la señal $x[n]$.

Existen diversas técnicas de deconvolución, y cada una de ellas resulta adecuada en situaciones claramente determinadas. La deconvolución homomórfica resulta adecuada en aquellos casos en los que resulta claro que la señal $x[n]$ puede expresarse como la convolución de una componente de variación rápida (como podría ser una señal periódica $r[n]$) y una envolvente ($w[n]$).

La deconvolución homomórfica hace uso del concepto de *cepstrum complejo* que consiste en una transformación matemática cuya expresión se muestra en la ecuación (1).

$$\hat{x}[n] = Z^{-1} [\log X(z)] \quad (1)$$

Por las propiedades de esta transformación, las convoluciones se convierten en sumas de señales, de tal forma que si tenemos dos componentes claramente diferenciadas (rápida y lenta o envolvente respectivamente), resulta muy fácil separarlas utilizando un sencillo proceso de eventanado en el dominio cepstral (véase Figura 3).

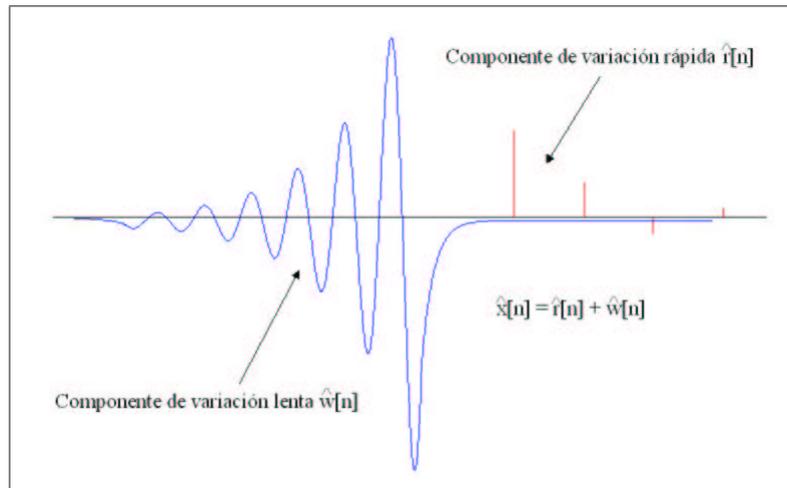


Figura 3: Componentes del cepstrum de $x[n]$ ocupando dos intervalos de tiempo cepstral diferentes.

Aplicando este proceso a las ondas de presión y flujo aórticos, podemos obtener para cada señal estas dos componentes, una envolvente y una componente periódica. Separadas las componentes, se puede calcular una estimación de la impedancia (o de la admitancia) como cociente de las envolventes obtenidas (tras aplicar, naturalmente, la correspondiente transformación cepstral inversa).

Sin embargo, no se puede aplicar la transformación cepstral de (1) de una forma directa a las ondas de presión y flujo, pues como sabemos son de banda limitada y el logaritmo de sus espectros no se puede calcular para todas las frecuencias.

Para solucionar este problema se utiliza el método ya comentado de A.L. Marenco, que transforma la señal de banda limitada en una equivalente de banda completa adecuada para la aplicación de la deconvolución homomórfica.

Aunque no es objetivo de este resumen entrar en detalle en el desarrollo matemático completo, indicaremos que la base de la transformación de Marenco consiste en la suma en el dominio espectral de una señal de banda completa de características adecuadas, obteniendo como resultado lo que se denomina *señal suplemental*, señal de banda completa, pero que conserva las características fundamentales del espectro primitivo. La señal de banda completa (que denominaremos $s_i[n]$) ha de cumplir el siguiente patrón:

1. $s_i[n]$ es una señal de *fase mínima*².
2. $s_i[n]$ es una señal de “espectro suave”, que puede obtenerse como respuesta de un filtro IIR³ de segundo orden.
3. La localización de los polos (ω_c) de $s_i[n]$ pueden obtenerse como sigue:

$$\text{Si } \pi - \omega_2 \geq \omega_1, \text{ entonces } \omega_c = \frac{\pi + \omega_2}{2}, \text{ si no } \omega_c = \frac{\omega_1}{2} \quad (2)$$

siendo w_1 y w_2 los límites de la banda de paso del espectro de la señal original.

4. El ancho de banda de $s_i[n]$ está relacionado al radio del polo según la relación:

$$BW \approx 2(1 - r)/\sqrt{r} \quad (3)$$

Aunque no es objetivo de este resumen tratar con detalle todo el desarrollo matemático del método, sí que vamos a realizar una breve enumeración de los pasos necesarios para construir los cepstrum de las señales de banda limitada. Estos pasos son los siguientes:

- *Paso 1.* Calcular el espectro $X(e^{j\omega})$ de la secuencia $x[n]$ y determinar de manera aproximada el ancho de banda de la señal suplemental (BW) que hace que esta “cubra” la porción del espectro en la que $|X(e^{j\omega})|$ es nulo.
- *Paso 2.* Determinar las frecuencias de corte ω_1 y ω_2 . Con ellas se calcula la frecuencia del los polos ω_c de la señal $s_i[n]$ según (2).
- *Paso 3.* Obtener el radio del polo r a partir de BW despejando dicho radio de (3).
- *Paso 4.* Construir $S_i(e^{j\omega})$ como la respuesta a un sistema IIR de segundo orden, a partir de los polos $r \cdot e^{j\omega}$ y $r \cdot e^{-j\omega}$ (polos de la señal $s_i[n]$).

²Una señal de fase mínima es una secuencia real, causal y estable que tiene sus polos y sus ceros dentro del círculo unidad.

³IIR: Infinite Impulse Response.

- *Paso 5.* Calcular $X_{rec}(e^{j\omega})$ a partir de la ecuación (4), y a partir del citado espectro determinar $S(e^{j\omega}) = X_{rec}(e^{j\omega}) + S_i(e^{j\omega})$.

$$X_{rec}(z)|_{z=e^{j\omega}} = \begin{cases} X(e^{j\omega}) + \epsilon, & \omega_1 \leq \omega \leq \omega_2 \\ \epsilon & \text{resto} \end{cases} \quad (\epsilon \ll 1) \quad (4)$$

- *Paso 6.* Calcular según la expresión (5) la constante G ,

$$G = \max \left| \frac{X_{rec}(z)}{S(z)} \right| = \max \left| \frac{X_{rec}(z)}{X_{rec}(z) + S_i(z)} \right| \quad (5)$$

y a partir de este valor, las constantes $\beta_1 = 1/\sqrt{G/0,95}$ y $\beta_2 = \sqrt{G/0,95}$. Escalar las señales $X_{rec}(z)$ y $S(z)$ como se indica a continuación.

$$\left. \begin{aligned} X'_{rec}(z) &= \beta_1 X_{rec}(z) \\ S'(z) &= \beta_2 S(z) \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

- *Paso 7.* Crear $Y(z)$ con las nuevas señales calculadas en el *Paso 6* según (7).

$$Y(z) = X_{rec}(z) + S(z) = S(z) \left[\frac{X_{rec}(z)}{S(z)} + 1 \right] \quad (7)$$

Finalmente, aplicar (8) para obtener $\hat{X}_{rec}(z)$, que está bien definido para el análisis homomórfico.

$$\hat{X}_{rec}(z) = \log \left[\hat{Y}(z) - \hat{S}(z) \right] + \hat{S}(z) - \log \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n+1} \left[\frac{X_{rec}(z)}{S(z)} \right]^n \right\} \quad (8)$$

- *Paso 8.* A partir de $\hat{X}_{rec}(z)$ obtener $\hat{x}_{rec}[n]$, sobre la que se aplica el análisis homomórfico mediante la utilización de los *lifters*⁴ adecuados. Deshaciendo la transformación cepstral, conseguimos las estimaciones de las señales originales.

La aplicación del método descrito sobre las ondas de presión y flujo arteriales reduce el problema final de estimación de la impedancia a un mero cociente entre las envolventes obtenidas,

$$Z(f) = \frac{P(f)}{Q(f)} \quad (9)$$

siendo $P(f)$ y $Q(f)$ las envolventes de presión y flujo obtenidas, respectivamente.

⁴*Lifter*: ventana en el dominio cepstral.

1.4. Conclusiones

En el estudio realizado en este Proyecto se ha demostrado que las técnicas de deconvolución homomórfica, utilizadas con éxito en problemas como la síntesis de voz, pueden resultar igualmente adecuadas para su aplicación sobre otros escenarios, como puede ser el problema de la estimación de la impedancia de entrada aórtica.

El procedimiento empleado ha permitido obtener estimaciones de los espectros de la impedancia y de la admitancia; proporciona una estimación precisa a todas las frecuencias, sin filtrar las componentes espectrales que contienen información sobre las reflexiones del árbol aórtico. De esta forma, se solucionan las limitaciones fundamentales de los dos métodos más importantes utilizados hasta la fecha para la estimación de la impedancia, las *DSF* y el modelado *ARMA*.

Las estimaciones de impedancia/admitancia se han conseguido aplicando deconvolución homomórfica sobre las ondas de presión y flujo arteriales obteniendo la impedancia/admitancia como cociente de las envolventes. Las pruebas realizadas demuestran como la estimación de la envolvente de flujo obtenida mediante *deconvolución homomórfica* es mejor que la estimación de la envolvente de presión. Esto se debe a que, al ser la onda de presión más estrecha en banda, sus componentes en el dominio cepstral estarán más cercanas al origen de frecuencias, siendo más complicada la determinación de un tamaño adecuado de ventana para el *liftering*.

Por otro lado, las pruebas realizadas indican que resulta tanto más interesante aplicar el proceso de estimación sobre muestras extensas, de gran longitud en el tiempo. La aplicación de promediado (del cepstrum o de la estimación final) sobre ventanas de la muestra no interesa ya que ofrece peores resultados.

El trabajo realizado, además de alimentar la vieja hipótesis de que la impedancia de entrada aórtica puede constituir una útil herramienta en la modelización de árbol arterial, abre nuevos caminos de investigación. Desde aquí proponemos un par de ellos.

- Desde el punto de vista de la teoría de la señal, podría refinarse el método realizando un estudio del impacto de la señal de fase mínima $s_i[n]$ sobre la estimación final del cepstrum. No resulta demasiado difícil imaginar que tomando órdenes mayores del filtro *IIR*, a partir del cual se construye $s_i[n]$, se podrían conseguir mejores estimaciones adaptando de una manera más precisa el espectro $S_i(e^{j\omega})$ a la banda de paso de la señal de banda limitada.
- Desde un punto de vista clínico, la estimación de las respuestas al impulso podría ser el punto de partida de una investigación sobre las reflexiones existentes en el árbol aórtico mediante algún modelo contrastado, como podría ser el modelo de *T-Asimétrica*⁵.

⁵Modelo explicado con detalle en la memoria completa del Proyecto Fin de Carrera que se adjunta.

2. ORIGINALIDAD

En la mayoría de las ocasiones el Proyecto Fin de Carrera se convierte en una mera frontera entre la vida académica y la profesional de un universitario. Esto hace que el estudiante enfrente su Proyecto Fin de Carrera en mayor medida como una barrera que superar, en lugar de orientarlo como una oportunidad de proyectar todos los conocimientos adquiridos durante tantos años de estudio hacia un trabajo que constituya su “diminuta gran aportación” hacia el avance científico y/o tecnológico.

Nosotros hemos pretendido huir de ese estigma que se ha atribuido a la asignatura, y hemos tratado de dar el sentido que merece a una de las asignaturas de mayor importancia dentro de cualquier plan de estudios de cualquier titulación universitaria, pues demuestra la valía de ingeniero para resolver problemas reales.

El mérito fundamental del estudio consiste en la búsqueda de un problema de difícil resolución, como es el de la estimación de la impedancia de entrada aórtica, en la determinación de las causas por las que otros métodos de procesado digital de señal fallaron en el pasado, y en aprender de estas limitaciones para encontrar dentro el conjunto de las técnicas de procesado digital que se conocen en la actualidad una que resultara adecuada para la resolución de un problema que el enorme esfuerzo durante décadas de médicos e ingenieros no ha logrado resolver aún.

La aplicación de la deconvolución homomórfica al problema de la impedancia de entrada aórtica supone un giro radical en el enfoque dado al problema, pues hasta ahora se habían aplicado procesados más “convencionales”, y más si tenemos en cuenta que las señales con las que tratamos no son susceptibles de análisis de este tipo y son necesarias modificaciones de la técnica.

La utilización del método de A.L. Marenco para convertir señales de banda limitada en otras de banda completa “equivalentes” es una aportación más, puesto que se trata de una técnica novedosa y aún por perfeccionar, con muchas lagunas que cubrir, y que hasta este momento no había recibido una aplicación práctica seria sobre un problema real.

Así pues, la originalidad de este proyecto reside en la adaptación de una técnica de procesado digital de señal de relativa complejidad, ideada para aplicaciones muy diversas (voz y audio, deconvolución en fenómenos sísmicos), a unos datos de naturaleza completamente diferente a los anteriores, como son la presión y el flujo en la aorta. Esto ha permitido dibujar una línea por la que continuar un problema que ha estado detenido durante años, y de hecho, las implicaciones últimas del estudio en la actualidad son objeto de una tesis doctoral.

3. RESULTADOS

La técnica estudiada en el Proyecto se aplicó sobre una serie de muestras de ondas de presión y flujo arterial tomadas sobre animales (concretamente cerdos) cortesía del *Laboratorio de Ecocardiografía del Hospital General Universitario Gregorio Marañón de Madrid*.

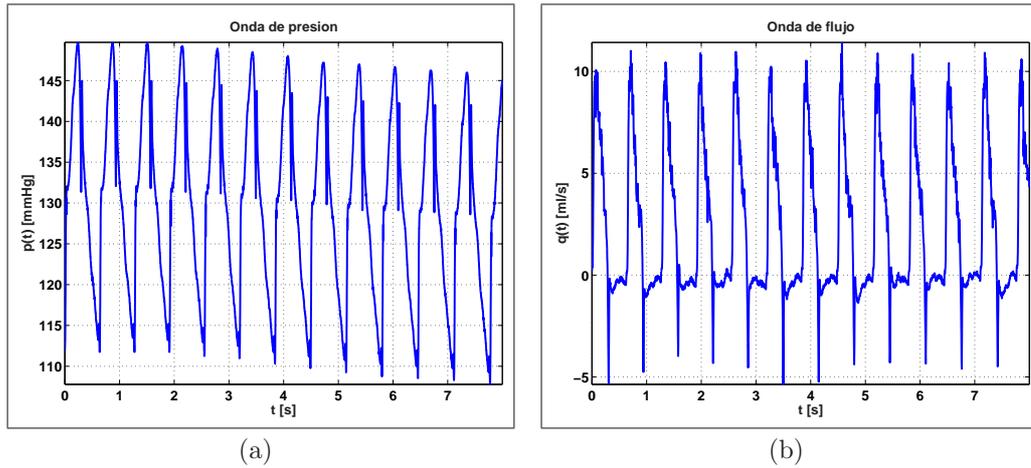


Figura 4: Ondas de presión y flujo. (a) Presión. (b) Flujo.

A modo de resumen presentaremos los resultados de estimación conseguidos en uno de los experimentos realizados.

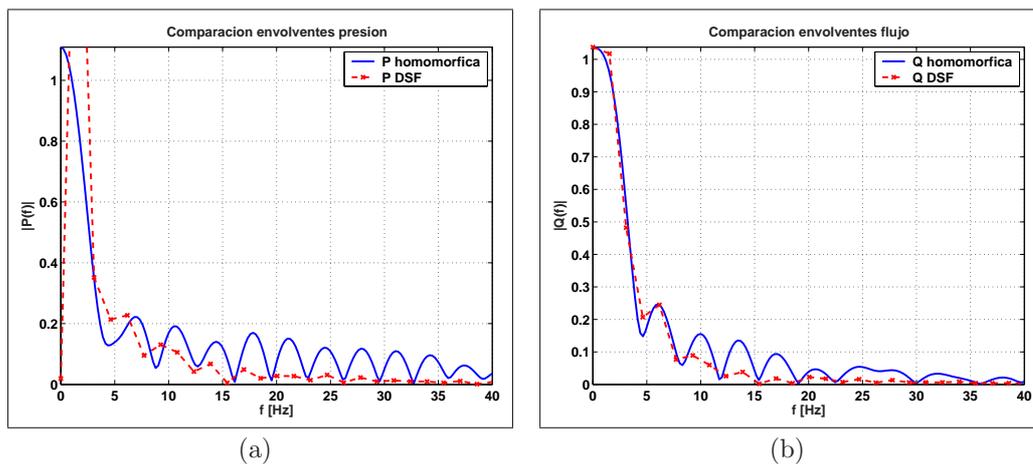


Figura 5: Envolventes de presión y flujo (DSF vs. Deconvolución Homomórfica). (a) Presión. (b) Flujo.

Aplicando el método desarrollado sobre las ondas de presión y flujo aórticos de la Figura 4 se obtienen las estimaciones de las envolventes de presión y flujo que se muestran en la Figura 5.

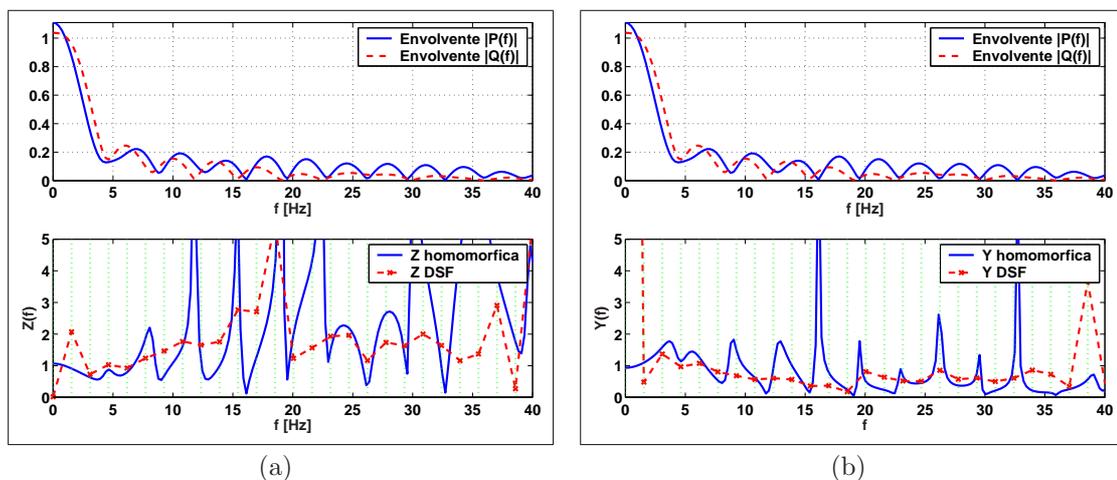


Figura 6: Estimación de la impedancia y de la admitancia de entrada aórtica. (a) Impedancia. (b) Admitancia.

Se compara con la estimación obtenida por medio de las *DSF* ya que este resultado supone una referencia precisa en los armónicos de la frecuencia cardíaca. La estimación de la envolvente de flujo es mejor que la de la presión.

En la Figura 6 se muestran las estimaciones de impedancia y de admitancia obtenidas para este caso. La estimación de admitancia es bastante mejor. Se puede observar como en las estimaciones aparecen espurios debido a los nulos de las envolventes de presión y flujo. Para mitigar el efecto de dichos espurios se optó por un procedimiento de regularización, dando como resultado las estimaciones de la Figura 7.

A partir de estas estimaciones se obtuvo la respuesta al impulso correspondiente para

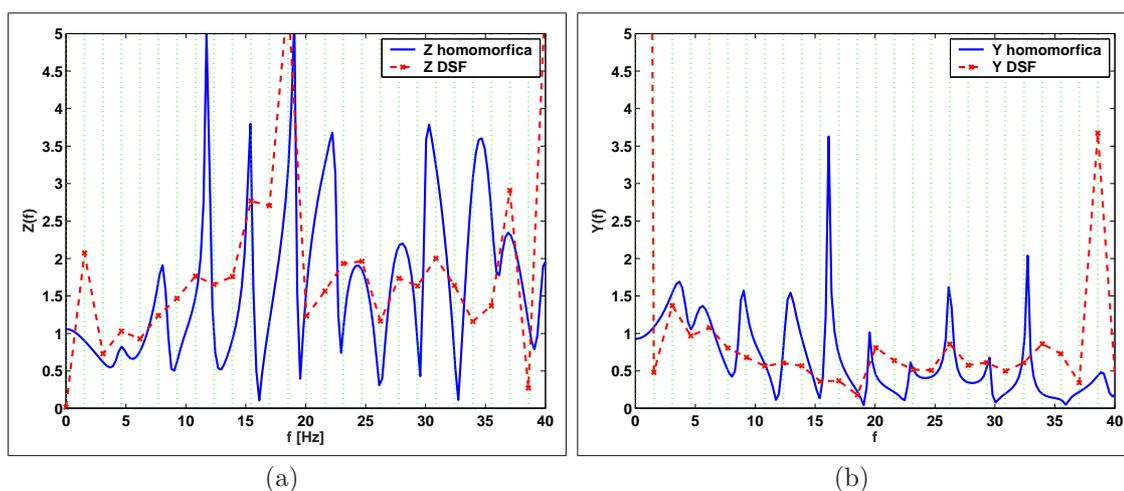


Figura 7: Estimaciones de la impedancia y la admitancia tras aplicar regularización ($\delta = 0,01$).

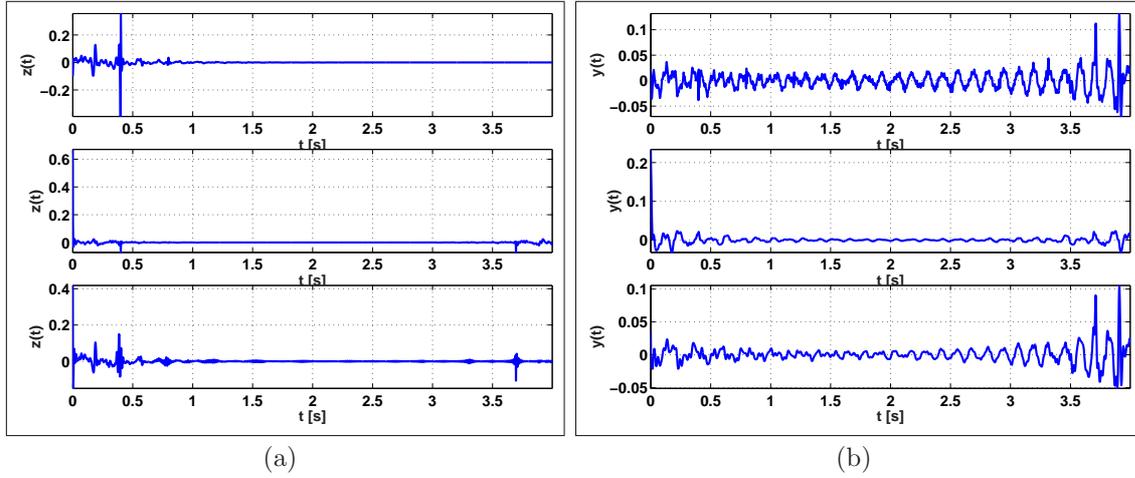


Figura 8: Estimaciones de las respuestas al impulso obtenidas a partir de los espectros de impedancia y de admitancia con regularización ($\delta = 0,01$). (a) Impedancia; superior: regularización IFFT; medio: regularización módulo IFFT; inferior: regularización módulo IFFT con fase linealizada (b) Admitancia: superior, regularización IFFT; medio, regularización módulo IFFT; inferior, regularización módulo IFFT con fase linealizada.

tres casos: estimación normal, regularización del módulo de la impedancia/admitancia y regularización sobre módulo con fase linealizada. Los resultados se pueden observar en la Figura 8.

En las respuestas al impulso obtenidas se puede intuir información sobre las reflexiones existentes en el árbol aórtico. A pesar de ello, las estimaciones de las respuestas al impulso todavía no son lo suficientemente buenas, debido a la mala estimación de la fase de los espectros de impedancia y admitancia, y es necesario un perfeccionamiento de la estimación de dicha fase para obtener mayor información sobre las reflexiones del árbol aórtico.

4. APLICABILIDAD

El método de estimación de la impedancia de entrada aórtica estudiado en el Proyecto Fin de Carrera consiste en la combinación de una serie de técnicas de procesado digital de señal, de tal forma que únicamente es necesario un ordenador personal como el que podemos encontrar en cualquier hogar para poder aplicarlo.

Las señales necesarias para calcular esta estimación de la impedancia, es decir, las ondas de presión y flujo aórticos, se obtienen mediante cateterismo cardíaco. Por tanto, con las señales registradas habitualmente en los cateterismos es posible realizar el análisis, sin ningún coste extra en tiempo de exploración para el paciente. La aplicabilidad clínica del método está aún evaluándose, pero el poder disponer de un método robusto el que permite esa evaluación en la clínica es el primer paso que hay que cubrir para realizar ese análisis.

Así pues, la aplicación del método propuesto no requiere de un esfuerzo en infraestructuras demasiado grande, más bien todo lo contrario, se trata de un método muy sencillo de aplicar, sin excesiva carga computacional, y que puede realizarse con los instrumentos de captura de datos y procesado digital de cualquier hospital.

La aplicación del método proporciona una estimación de la impedancia (o admitancia) de entrada aórtica, a partir de la cual se puede obtener una respuesta al impulso. Esto significa que podríamos modelar la totalidad del sistema circulatorio a la salida del corazón por la arteria aorta como un sistema lineal e invariante (SLI), en el que quedan relacionados la presión y flujo circulatorios.

La obtención de un modelo de sistema SLI siempre es muy interesante, pues de una forma muy rápida y sencilla cualquier ingeniero podrá entender el funcionamiento del sistema con un grado de precisión bastante alto, y podrá hacer estudios de los efectos de diversas patologías sobre el mismo, envejecimiento del sistema, y además podrá realizar análisis de impacto de elementos externos lo que podría ayudar en el ámbito de la cardiología a idear nuevos sistemas de prevención y actuación sobre las enfermedades cardiovasculares.

Si bien no se puede decir que el estudio esté concluido, sí que podemos afirmar hemos puesto los cimientos para que posteriores estudios den otro paso más hacia el objetivo final de conseguir un modelado perfecto del sistema coronario para descubrir y remediar las principales patologías que afectan al ser humano.

Por último, indicar que este estudio ha dado lugar a una presentación en el *congreso IEEE Computers in Cardiology 2005*, que se adjunta en el apéndice de este resumen.

APÉNDICES

Apéndice A

Characterization of Aortic Input Impedance in the Supplemental Domain

Characterization of Aortic Input Impedance in the Supplemental Domain

CE Martínez-Cruz¹, JL Rojo-Álvarez¹, FJ Vallejo-Ramos¹, R Yotti³, JC Antoranz²,
MA García-Fernández³, Javier Bermejo³

¹Dep. Teoría de la Señal y Comunicaciones, Universidad Carlos III de Madrid, Spain

²Dep. Física Matemática y Fluidos, Universidad Nacional de Educación a Distancia, Spain

³Lab. Ecocardiografía, Hospital General Universitario Gregorio Marañón, Spain

Abstract

Although ventricular-arterial coupling has been widely studied with frequency domain modeling of arterial hemodynamics, the existence of reflected flow and pressure waves in the arterial tree still remains controversial. Aortic Input Impedance (AII) is the ratio between pulsatile aortic pressure and flow waveforms in the frequency domain, and it has been mainly measured using Discrete Fourier Series (DFS). We propose a signal processing method for accurately estimating the impulse response of AII. In an animal model, the full-band spectra of pulsatile aortic pressure and flow were calculated using homomorphic deconvolution, and then compared to DFS spectra. Given the observed band-limited nature of these signals, we formulated a supplemental domain model for AII estimation, in which calculations are made using equivalent full-band, pole-free spectra of pressure and flow signals. In three animals, impulse responses were obtained, which exhibited among-subjects reproducible patterns in the basal state. The estimation of AII in the supplemental domain allows the estimation of its impulse response, which could explain the role of reflections in the arterial tree.

1. Introduction

Basic research in cardiovascular hemodynamics is usually based on the study of the anatomy of the circulatory system, the regulatory mechanisms that control the heart and blood vessels, and the physics of blood flow. In particular, coupling of the left ventricle with the aortic arterial tree has been studied by analyzing the relationship between pulsatile pressure and flow waveforms that can be measured in the ascending aorta, which have been often considered as the sum of a forward plus a backward traveling waveform, the last being the echo of the incident wave reflected in arterial bifurcations [1]. This interpretation has stimulated research searching for the distances and intensities of those reflections [2]. However, several authors have

complained about relevant difficulties when trying to determine the left ventricular load basing only on these waveforms [2]. Furthermore, the aortic tree is now recognized as an excellent distribution network, which generates very few wave reflections [3, 4].

The Aortic Input Impedance (AII) has been widely used to measure the hydraulic load that the systemic vascular bed imposes at the ejection of the left ventricle, independently of changes in the ventricular function [5]. Let $p(t), q(t)$, be the pulsatile aortic pressure and flow waveforms in the time domain (see Figure 1). The AII is defined as the ratio between these signals in the frequency domain,

$$Z(f) = \frac{P(f)}{Q(f)} \quad (1)$$

where $P(f), Q(f)$, are the Fourier transforms of aortic pressure and flow, respectively. The most used method for estimating AII is the ratio between Discrete Fourier Series of pressure and flow waveforms [6, 7, 8]. However, this representation is limited to the low frequency band (usually not higher than 30 Hz). Moreover, this method cannot provide with an estimation of the impulse response in

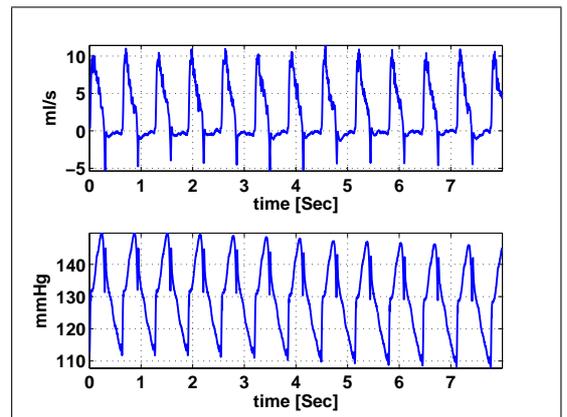


Figure 1. Examples of aortic flow (up) and pressure (down) signals in an animal model.

the time domain, which could be helpful for determining the existence of echoes, as well as for their quantification. ARMA modeling has also been proposed for estimating the AII [9], but it led to estimators with limited spectral coincidence with respect to DFS, mainly due to the spectral averaging effect of the short windows required for excluding the effect of periodicity. Therefore, a method for estimating the impulse response of AII while maintaining the coherence with DFS representation is still required.

Homomorphic system theory was introduced in the sixties [10], and it has been useful for applications in many different fields, such as speech processing, reflection seismology, radar, and medical imaging [11, 12, 13]. A constructive procedure was proposed in [14] for homomorphic deconvolution (HD) of band limited signals, that is based on adding a known (supplemental) signal in the frequency domain to obtain a full-band signal. Here, HD is used for three main purposes:

- providing with estimations of pressure and flow spectra that are coherent with their DFS representation;
- showing that the band limited nature of pressure and flow spectra is a main limitation for estimating AII, and consequently, its impulse response;
- proposing a new approach for estimating the AII in a full-band domain.

The outline of the paper is as follows. First, the mathematical foundations of AII estimation in the supplemental domain are detailed, and its particularization for a given signal is pointed out. Second, the pressure and flow spectra from an animal model signals are estimated using HD, and corresponding impulse responses are obtained for AII in the supplemental domain. Finally, conclusions and future work are presented.

2. Methods

Consider a digital signal $q[n]$ that can be expressed as the convolution of two components, i.e., $q[n] = r[n]*w[n]$. The complex cepstrum of $q[n]$ is given by

$$\hat{q}[n] = Z^{-1} \left\{ \hat{Q}(z) \right\} = Z^{-1} \left\{ \log[Q(z)] \right\} \quad (2)$$

where $Q(z)$ and $\hat{Q}(z)$ denote the Z transform of $q[n]$ and $\hat{q}[n]$, respectively, and operator Z^{-1} denotes the inverse Z transform. The complex cepstrum of $q[n]$ is the sum of the complex cepstra of $r[n]$ and $w[n]$, this is, $\hat{q}[n] = \hat{r}[n] + \hat{w}[n]$ [11]. Under appropriate conditions, the convolved components can be separated by time gating the complex cepstrum (liftering).

Usually, HD can be only used with full-band signals, because otherwise the complex logarithm is not analytical in the unit circle, and the method becomes unstable [15]. This issue has been addressed by mapping band-limited

signals into full-band ones in [14]. A full-band signal $S(z)$ (supplemental signal) is added in the frequency domain to a regularized band-limited version of the target signal, i.e., $Y(z) = Q_{rec}(z) + S(z)$, where $Q_{rec}(z) = Q(z) + \varepsilon$, with $\varepsilon \ll 1$. $S(z)$ being the sum of a full-band, minimum phase, 2^{nd} order, recursive signal $S_i(z)$, plus regularized Z transform of $q[n]$, this is, $S(z) = Q_{rec}(z) + S_i(z)$. It can be show (see [14] for details) that $\hat{q}[n]$ can be calculated from $Y(z)$.

Here, we propose to extend the previous concepts to the problem of estimating a signal $Z(z)$ that is the ratio of two band limited spectra $P(z), Q(z)$. Under these conditions, HD methods will not provide with the complex logarithm in regions of low or null spectral amplitudes. Our approach consists on mapping both band limited signals into full-band ones using supplemental signals, and to calculate $Z(z)$ in this domain (in the following, supplemental domain). First, two supplemental signals are obtained,

$$S_Q(z) = Q_{rec}(z) + S_i(z) \quad (3)$$

$$S_P(z) = P_{rec}(z) + S_i(z) \quad (4)$$

Second, full-band null-less signals are obtained as follows:

$$Y_Q(z) = Q_{rec}(z) + S_Q(z) \quad (5)$$

$$Y_P(z) = P_{rec}(z) + S_P(z) \quad (6)$$

Then, $Z(z)$ in the supplemental domain is their ratio,

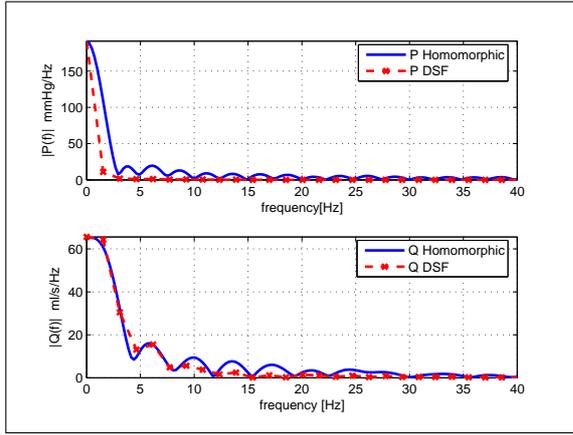
$$Z(z) = \frac{Y_P(z)}{Y_Q(z)} = \frac{S_P(z) \left[\frac{P_{rec}(z)}{S_P(z)} + 1 \right]}{S_Q(z) \left[\frac{Q_{rec}(z)}{S_Q(z)} + 1 \right]} \quad (7)$$

By taking the logarithm and defining $\Phi_P(z) = \frac{P_{rec}(z)}{S_P(z)} + 1$ and $\Phi_Q(z) = \frac{Q_{rec}(z)}{S_Q(z)} + 1$, it can be shown that

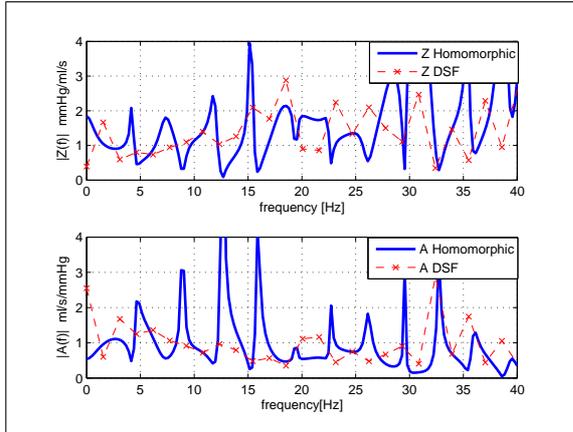
$$\begin{aligned} \hat{P}_{rec}(z) - \hat{Q}_{rec}(z) &= \log \left[\hat{\Phi}_P(z) - \hat{\Phi}_Q(z) \right] - \\ &- \log \left[\frac{P_{rec}(z)}{Q_{rec}(z)} \frac{\Gamma_P(z) Q_{rec}(z)}{S_p(z)} - \frac{Q_{rec}^2(z) \Gamma_Q(z)}{S_Q(z) P_{rec}(z)} \right] \end{aligned} \quad (8)$$

where $\Gamma_P(z)$ and $\Gamma_Q(z)$ are calculated from $\Phi_P(z)$ and $\Phi_Q(z)$, logarithm series expansion, respectively [14]. Note that the left term of the above equation corresponds to $Z(z)$ in the supplemental domain, and that the division by (close to) zero has been avoided. Moreover, the impulse response of the system can now be calculated simply by using the inverse Z transform of $Z(z)$.

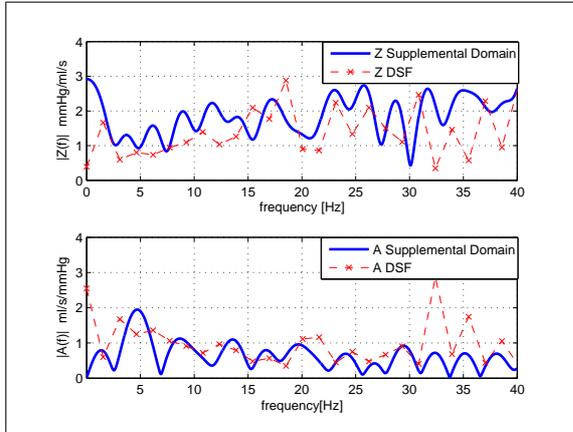
Note also that, when taking $Q(z) = 1$, the method reduces to the originally proposed one for HD of a signal.



(a)



(b)

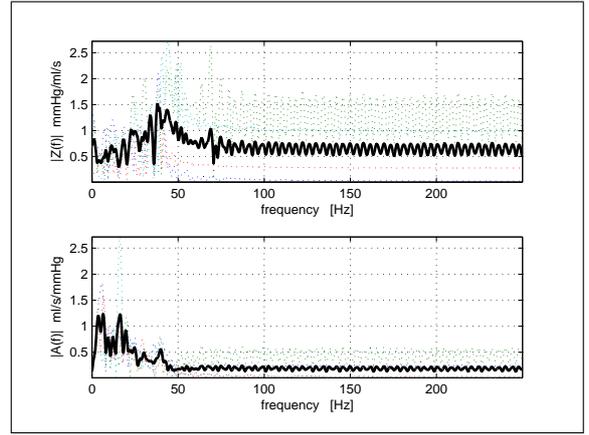


(c)

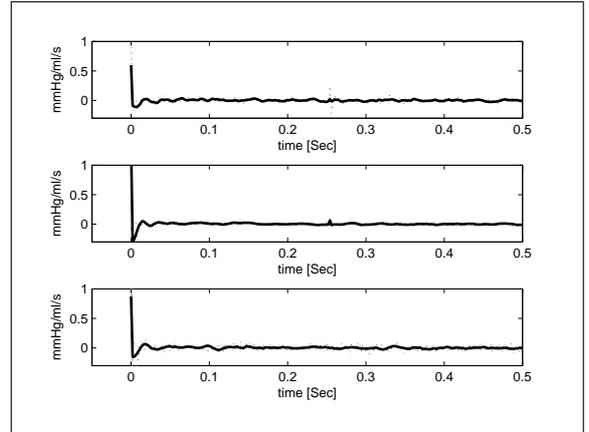
Figure 2. (a) Pressure and flow spectra. (b) AII and AIA from regularized spectra ratio. (c) The same from SD-HD.

3. Results

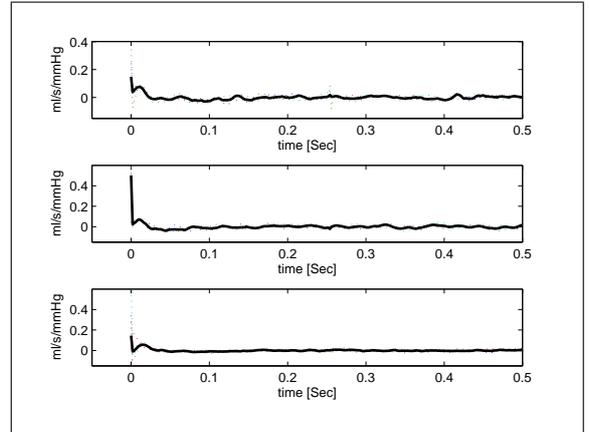
Data base and signals. Aortic pressure and flow signals (Fig. 1) were obtained from 3 healthy pigs. High-fidelity pressure recordings were obtained using a solid-state micromanometer catheter (Millar Instruments, 5F) placed



(a)



(b)



(c)

Figure 3. Averaged AII and AIA (a) and their corresponding impulse responses (b,c).

in the ascending aorta retrogradely via the carotid artery under ultrasonic guidance. Flow recordings were obtained with a flow detector using a transient-time Doppler flowmeter (Transonic Systems, Ithaca, NY) located in the ascending aorta. Flow and pressure signals were digitized

at a sampling frequency of 500 Hz, with a duration of 8 to 20 seconds.

Pressure and Flow HD. In order to obtain full-band spectral estimators of pressure and flow spectra that were coherent with their DFSs, spectral envelopes were extracted from each signal using HD [14, 16]. Free parameters of HD (length of the lifters, supplemental signal bandwidth) were adjusted for each signal according to its own heart rate. Appropriate complex cepstrum length for providing stable spectral estimators was around 400 ms in both pressure and flow.

Figure 2(a) shows that HD spectra when compared with DFS spectra exhibit a close agreement in (0,20) Hz, the usual frequency rank for DFS estimation of AII. Note that both pressure and flow spectra decrease with frequency, and more, that spectral nulls are present in the spectral envelopes. This is a non reported distortion source when estimating AII as spectra ratio, and consequently, also when estimating the impulse response. Figure 2(b) shows the regularized AII estimation from DFS and HD, together with the regularized estimation of its inverse (aortic input admittance, AIA), showing that both ratios are ill-posed problems. Similar results were obtained for all the available signals.

Impulse response estimations. The ill-posed characteristic led us to propose the calculation of the ratio of spectra in the supplemental domain, where signals are full-band and null-free. Also, the HD in the supplemental domain (HD-SD) avoids the division by zero. The HD-SD was calculated for AII and AIA in each pig. Figure 2(c) shows that, for the previous example, the effects of nulls and of low spectral amplitudes have been compensated in both impedance and admittance.

Under these conditions, it is possible to obtain the impulse responses of AII and AIA. For each 8 sec recording, a 3 sec overlapping window of 4 sec was applied, and HD-SD were obtained for each segment. Figure 3(a) shows an example of segmental and averaged spectral envelopes. Figure 3(b,c) shows the averaged impulse response for each pig. AII corresponded to a high-pass system, whereas AIA corresponded to a low-pass system. Although no reflector spikes appear in any of them, this fact should still be interpreted cautiously, as sensitivity to phase unwrapping was observed. Nevertheless, the reproducibility among subjects of the impulse response waveforms was excellent.

4. Conclusions

A new approach has been proposed for estimating the impulse response of AII, by using HD in a full-band supplemental domain. Further research has to be dedicated to enhance the robustness of the method (specially in the phase-recovery stage), as well as to relate the impulse re-

sponse with different pathologies.

Acknowledgements

C.E. Martínez-Cruz is supported by Alβan (EU Programme of High Level Scholarships for Latin America) scholarship No.E04M037994SV.

References

- [1] O'Rourke M, Kelly R, Avolio A. The arterial pulse. Lea and Febiger, 1992.
- [2] O'Rourke M. Current Problems in Cardiology: Genesis of the Normal and Abnormal Arterial Pulse. Mosby, 2000.
- [3] Milnor W. Hemodynamics. Williams and Wilkins, 1989.
- [4] Wang J, O'Brien A, Shrive N, Parker K, Tyberg J. Time-domain representation of ventricular-arterial coupling as a windkessel and wave system. *Am J Physiol* 2002; 284:1358–68.
- [5] Quick CM, Berger DS, Noordergraaf A. Constructive and destructive addition of forward and reflected arterial pulse waves. *Am J Physiol* 2001;280(4):H1519–27.
- [6] McDonald D. Blood flow in arteries. Edward Arnold, 1960.
- [7] O'Rourke M, G T. Vascular impedance of the femoral bed. *Cir Res* 1966;18:126–39.
- [8] O'Rourke M, G T. Input impedance of the systemic circulation. *Cir Res* 1967;20:365–80.
- [9] Arenas-García J, Rojo-Álvarez J, Yotti R, Antoranz J, García-Fernández M, Bermejo J. Estimación paramétrica de la impedancia de entrada arterial: Alcance y limitaciones. In CASEIB. 2002; 1–4.
- [10] Oppenheim A. Superposition in a class of nonlinear systems. Ph.D. dissertation, MIT, 1964.
- [11] Oppenheim A, Schafer R. Nonlinear filtering of multiplied and convolved signals. *Proc IEEE* 1968;56:1264–91.
- [12] Ulrych T. Application of homomorphic deconvolution. *Geophysics* 1970;36:650–60.
- [13] Torfinn T. Restoration of medical ultrasound images using two-dimensional homomorphic deconvolution. *Geophysics* 1995;42:543–54.
- [14] Marengo A, Madisetti V. On homomorphic deconvolution of bandpass signals. *IEEE Trans Sig Proc* 1997;40:2499–14.
- [15] Tribolet J. Application of short-time homomorphic signal analysis to seismic wavelet estimation. *IEEE Transaction on Acoustics Speech and Signals Processing* 1978; ASSP26:343–353.
- [16] Vallejo-Ramos F. Estimación de la Impedancia de Entrada Aórtica mediante técnicas de deconvolución homomórfica. Proy. Fin Carr., Universidad Carlos III de Madrid, 2004.

Address for correspondence:

José Luis Rojo-Álvarez
Dept. Teoría Señal y Com. / Universidad Carlos III de Madrid
4.2.B02, Av. Universidad 30/ 28911 Leganés, Madrid / Spain
Tel./fax: ++34-91-624-5973/8749. jlrojo@tsc.uc3m.es