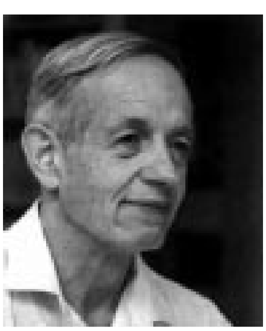
La teoria de juegos aplicada a la decisión financiera

Jaime Pozuelo Monfort
Ingeniero de Telecomunicación
pozuelo@haas.berkeley.edu

En multitud de ocasiones el inversor de a pie se plantea la conveniencia de una determinada decisión, basándose habitualmente en criterios de rentabilidad más subjetivos que objetivos. El presente articulo trata de explicar en qué medida se puede utilizar la teoria de juegos ideada por *J. Von Neumann* y *O. Morgenstern* en 1944 y popularizada mas adelante por *J. Nash*, llevado a la gran pantalla en el filme *Una Mente Maravillosa*, protagonizada por *Russell Crowe*.



John Nash en una foto de archivo

La teoria de juegos plantea una serie de escenarios en los que el inversor obtiene un determinado beneficio y es capaz de decidir si está o no satisfecho con el mismo. Asimismo contempla un universo de inversores, en el que estos pueden aliarse entre si. Un equilibrio de Nash se alcanza en el momento en el que todo inversor del conjunto de inversores esta satisfecho con su beneficio.

El concepto de satisfacción aplicado al equilibrio es importante en la medida que determina si el inversor se plantea futuros cambios de estrategia conducentes a un mayor beneficio. La satisfacción se medirá por tanto estrictamente en términos de rentabilidad.

UN PRIMER ESCENARIO DE INVERSION

Para aclarar los conceptos vistos hasta el momento propondremos un ejemplo derivado de un articulo de investigación escrito por el Profesor Jean Lemaire[1], de la Universidad de Pensilvania. El Profesor Lemaire plantea un escenario con tres inversores individuales. Cada uno dispone de una cantidad para invertir. La rentabilidad de la inversión se determina según la siguiente tabla :

Cantidad Invertida	Interes Anual
0-1.000.000	7,75%
1.000.000-3.000.000	10,25%
3.000.000-5.000.000	12%

Podemos imaginar un depósito cuenta corriente que remunera con un determinado interés por mantener un efectivo durante un periodo anual, muy al estilo de la famosa *cuenta naranja*. Se puede observar que la rentabilidad aumenta conforme se incrementa la cantidad invertida.

Imaginemos entonces el escenario anterior de tres inversores, en el que el inversor A dispone de 1,8 millones de unidades monetarias, el inversor B de 900.000 y el inversor C de 300.000. Observamos que A obtendrá una rentabilidad del 10,25% anual si invierte de manera individual. Sin embargo A puede aliarse con B y C para acumular una cantidad invertida que será la suma de las tres, o bien 3.000.000. En la medida en que el inversor A no esté satisfecho si invierte de forma individual, un equilibrio de Nash no podra alcanzarse. A preferirá aliarse con B y C augurando una mayor rentabilidad.

En un razonamiento similar el inversor B puede únicamente aspirar a una rentabilidad del 7,75% si invierte individualmente. Al inversor B le interesa aliarse en un primer lugar con C para alcanzar una can-

1 *Cooperative Game Theory and its insurance applications*, ASTIN Bulletin v21 no.1 (1991).

tidad conjunta superior al millon de unidades monetarias, y obtener una rentabilidad del 10,25%. En un paso posterior B y C se plantearían aliarse con A para aspirar, en conjunto, a una rentabilidad maxima del 12%.

Vemos como el equilibrio se alcanza cuando los tres inversores deciden formar una alianza conjunta. Únicamente en este instante los inversores estarán plenamente satisfechos. Una serie de cuestiones quedan sin embargo en el aire :

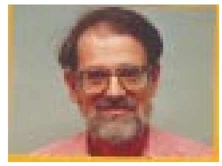
– Sabemos que la cantidad total de 3 millones obtendrá una rentabilidad del 12%. Sin embargo, ¿cómo se reparte esta cantidad entre los tres inversores A, B y C?
– Es por otro lado obvio pensar que el inversor que más dinero aporta tendrá derecho a una rentabilidad mayor, pero ¿qué diferencia debe haber entre los inversores para que todos consideren la transacción justa?

El concepto de justicia se mezcla y confunde con el de satisfacción. Efectivamente un inversor puede estar plena o parcialmente satisfecho en funcion de que considere el reparto justo o injusto. A continuación tratamos de explicar como se puede dirimir semejante escenario, en el que los tres inversores deberían obtener rentabilidades distintas en funcion de la cantidad invertida.

EL VALOR SHAPLEY

L. Shapley es un matematico de la Universidad de California en Los Angeles. En un articulo academico[2] publicado en 1953 presenta el concepto de valor Shapley, que resuelve con audacia y simpleza el dilema planteado con anterioridad.

En primer lugar determinaremos la cantidad total a repartir entre los tres inversores. Efectivamente la



Lloyd Shapley en una foto reciente

cantidad total a invertir es de 3 millones y la rentabilidad anual, según la tabla anterior es del 12%. Por tanto el rendimiento de la inversion asciende a 12% * 3.000.000 = 360.000. La pregunta clave consiste en cómo repartimos la tarta de 360.000 unidades monetarias entre los tres inversores.

Pensemos en las diferentes combinaciones que se pueden dar en-

"En multitud de ocasiones el inversor de a pie se plantea una decisión, basándose en criterios de rentabilidad subjetivos"

tre los tres inversores. Supongamos que el inversor A decide invertir por su cuenta obteniendo por tanto una rentabilidad del 10,25% sobre una cantidad invertida de 1.800.000 o bien 184.500. Posteriormente el inversor B decide unirse a A. La coalición (AB) generará por tanto un rendimiento sobre una cantidad de 2,7 millones al 10,25% o bien un total de 276.750. Asumiremos que el inversor A decide agraciar al inversor B con los beneficios de la cooperacion, esto es, la diferencia entre 276.750 y 184.500. B obtendrá por tanto 276.750 – 184.500 = 92.250. En un segundo paso el inversor C se une a la coalición. El rendimiento de la coalición será esta vez 3.000.000 * 12% = 360.000. De nuevo consideraremos que C recoge la integridad de los beneficios de la cooperación, por tanto 360.000 – 276.750 = 83.250. Los pagos quedan resumidos en un vector [A B C] :

[184.500 92.250 83.250]

Esta asignación depende evidentemente del orden de formación de la coalición. Si modificamos el orden anterior y suponemos que la coalición la comienza a formar A, para luego unirse C y B en ese preciso orden, el vector de pagos cambiará :

[184.500 144.750 30.750]

Las otras cuatro permutaciones (BAC, BCA, CAB, CBA) conducen a los siguientes pagos :

[207.000 69.750 83.250]
[237.000 69.750 53.250]
[192.000 144.750 23.250]
[237.000 99.750 23.250]

A continuación determinamos un vector de pagos promedio, como el valor medio de las componentes de los 6 vectores anteriores.

[207.000 103.500 49.500]

Calculando el promedio hemos, de hecho, determinado el *valor Shapley* del escenario presentado. Este valor es el único que satisface una serie de axiomas propuestos por el matemático, y puede considerarse el valor según el cual los tres inversores estarán plenamente satisfechos.

[2] *A Value for n-person Games, Contributions to the Theory of Games Vol II*, 307-317, Annals of Mathematics Studies.